BTS CIEL 1 TP Géogébra – Recherche de lieux de points.

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$)
A tout point M d'affixe z, on associe le point M' d'affixe $z' = f(z)$ telle que $f(z) = z^2$

A. Recherche des points invariants

1. En utilisant un logiciel de géométrie dynamique :
a. créer un point libre M d'affixe z ;
b. créer le point M' d'affixe z'.

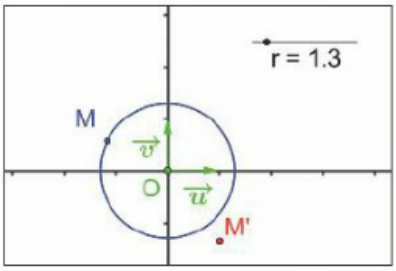
2. Chercher expérimentalement à faire coïncider M et M'.

3. Quelle conjecture peut-on faire sur les points invariants par F ?

B. Image d'un cercle

1. ***Image du cercle de centre O de rayon 1***
a. Redéfinir le point M comme point du cercle de centre O et de rayon 1.
b. Créer le lieu de M', c'est-à-dire l'ensemble des points M' lorsque M décrit le cercle.
c. Quelle conjecture peut-on faire sur l'image de ce cercle par F ?

2. ***Image d'un cercle de centre O et de rayon $r > 0$***
a. Créer un curseur pour r.
b. Redéfinir le point M comme point du cercle de centre O et de rayon r.
c. Créer le lieu de M' lorsque M décrit ce cercle.



d. Faire varier r et observer comment varie le lieu de M'.
e. Quelle conjecture peut-on faire sur l'image d'un cercle de centre O et de rayon $r > 0$ par F ?

3. ***Image d'un cercle quelconque***
Redéfinir M comme point d'un cercle de centre autre que O et créer le lieu de M' lorsque M décrit ce cercle.
Le lieu ressemble-t-il à une courbe connue ?

C. Image d'une droite

1. ***Image de la droite (d) d'équation $y = x + 1$***
a. Construire la droite (d).
b. Redéfinir M comme point de la droite (d).
c. Créer le lieu de M' lorsque M décrit la droite (d).
d. Quelle conjecture peut-on faire sur l'image de cette droite par F ?

2. ***Image d'une droite Δ d'équation $y = x + b$ avec $b \neq 0$***
a. Créer un curseur pour b.
b. Construire une droite d'équation $y = x + b$.
c. Redéfinir le point M comme point de la droite d'équation : $y = x + b$.
d. Créer le lieu de M' lorsque M décrit la droite Δ.
e. Faire varier b et observer comment varie le lieu de M'.
f. Quelle conjecture peut-on faire sur l'image d'une droite d'équation $y = x + b$ par F ?

D. Étude mathématique

1. a. Résoudre l'équation $z = f(z)$.
b. En déduire l'ensemble des points invariants par F.

2. Soit $\mathscr{C}$ le cercle de centre O et de rayon $R > 0$.
a. Exprimer $|z^2|$ en fonction de $|z|$.
b. Déterminer l'ensemble des points M' du plan lorsque M décrit le cercle $\mathscr{C}$.

3. Soit $z = x + iy$. Déterminer la forme algébrique de z'.

4. Soit Δ la droite d'équation $y = x + b$ avec $b \neq 0$ et M un point de cette droite.
a. Exprimer les coordonnées $(X ; Y)$ de M' en fonction de x abscisse du point M .
b. Exprimer x en fonction de X et de b.
c. Déterminer une équation du lieu de M' lorsque le point M décrit la droite Δ.
La conjecture de la question **C. 2. f.** est-elle validée ?

Aides pour

GeoGebra

A. 1. a. Pour créer un point libre d'affixe z, al
B. 1. a. Pour redéfinir un point, cliquer droit
la définition du point ; ici entrer `point[c]` si le
B. 1. b. Pour créer le lieu du point M', cliquer